Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 1

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = \dot{x}^2 - (x+1)(x-2)(2x-9)(x-8)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = -12$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = x^2 - 4x^4$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 2x + 1/x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \operatorname{ch}^2 x(\dot{x}^2 - 3)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha x^5$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \operatorname{th}^2(2x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 1 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = 2x + 3\sin x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 + 3y - \cos x, \\ \dot{y} = \sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 2$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = \dot{x}^2 \cos^2 x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 2

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2 - (x-1)(x-3)(x-6)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = -3$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 2x^2 + 3x^3$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = x^2 + 3/x^2$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = x^5\dot{x}^2 - x^7$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha(2x + x^2)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 3\sin(2x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 3 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = 2x - 5\sin 3x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 4 - 3y - 2\cos x, \\ \dot{y} = 2\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 5\sqrt{E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = \dot{x}^2 \sin^2 x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 3

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 3\dot{x}^2 - 2\sin x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 5$, $\dot{x}(0) = -0.1$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 3\sin(2x - 3)$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 2x^6$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \mathrm{e}^{2x}(\dot{x}^2 - 4)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha\sqrt{1 - 4x^2}$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \mathrm{e}^{-2x} - 3\mathrm{e}^{-x} + 3$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 3 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -2x + 3\cos x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - 3y - \sin x, \\ \dot{y} = \cos x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 3E$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2\cos^2 x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 4

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2 - 3\,\mathrm{tg}\,x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 10$, $\dot{x}(0) = -1$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 2x^2 - 5x^5$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = \mathrm{tg}^2\,2x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 9\dot{x}^2/x - x - 4/x$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha/(x-2)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 2\,\mathrm{th}^2(3x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 2 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -2x + 4\sin x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 + 3y - 2\sin x, \\ \dot{y} = 2\cos x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 4E\sqrt{E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = \dot{x}^2\cos^2 x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 5

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2 - 1/\sin^2 x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 5$, $\dot{x}(0) = -2$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 2x^2 - 6x^4$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = \operatorname{th}^2 3x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = x\dot{x}^2 - x - 4x^2$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha x^7$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 2\cos(2x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 2-\varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = x + 3\cos x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -1 + 3y - \sin x, \\ \dot{y} = \cos x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 6E^2$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = \dot{x}^2 \sin^2 x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 6

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2x\dot{x}^2 - x^2 + 4$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = -2$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 3x^2 - x^3$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 2x + 3/x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 4\cos^2 x(2\dot{x}^2 - 1)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha(2x - 3x^2)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \mathrm{e}^{-4x} - 3\mathrm{e}^{-2x} + 2$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 2 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = x + 5\cos 2x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - 3y + \cos x, \\ \dot{y} = -\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 7$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 4(x^2 + x^4)\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 7

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2 - (x+1)(x-4)(2x-9)(x-8)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 12$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 4\cos(2x + \pi)$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = x^2 - 4/x^2$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 4x^7\dot{x}^2 - x^7$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha\sqrt{1 - 9x^2}$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 3\,\mathrm{th}^2\,x$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 3 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -4x + 8\cos x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -2 - 3y + \cos x, \\ \dot{y} = \sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 4\sqrt{E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 4x^6\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 8

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = (2-x)^2\dot{x}^2 - 2(x-1)(x-3)(x-6)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 3$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 4x^2 + 3x^5$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 5x^8$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 9\mathrm{e}^x(\dot{x}^2 - 1)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha/(2x+1)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 4\sin(3x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 4-\varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -0.5x + 3\sin 3x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - 3y + 2\cos x, \\ \dot{y} = 2\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 6E$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 8\dot{x}^2\sin^2 x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 9

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 4\dot{x}^2 + 5\sin x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = -0.1$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 3x^2 - x^4$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = \operatorname{tg}^2 3x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2/x - 2x - 6/x$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha x^6$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \mathrm{e}^{-x} - 3\mathrm{e}^{-x/2} + 1$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 1 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -0.5x + 3\sin 2x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -2 + 3y - \sin x, \\ \dot{y} = \cos x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 4E\sqrt{E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 10\dot{x}^2 \cos x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 10

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2 + 7 \operatorname{ctg} x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = -10$, $\dot{x}(0) = 3$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 2x^2 + 5x^3$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = \operatorname{cth}^2 4x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 4x\dot{x}^2 - 9x - x^2$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha(-x + 2x^2)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 4 \operatorname{th}^2(2x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 4 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = x - 4\cos 4x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - 4y - 3\cos x, \\ \dot{y} = 3\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = E^2$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 8x^{10}\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 11

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2 - 4/\sin^2 x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = -10$, $\dot{x}(0) = -1$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = -3\sin(3x+1)$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = -x - 5/x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \sin^2 x(4\dot{x}^2 - 1)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha\sqrt{1 - 16x^2}$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 5\sin(2x+2)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 5 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -2x + 5\sin x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -2 - 3y - \cos x, \\ \dot{y} = \sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = E\sqrt{E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 6x^6\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 12

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2x\dot{x}^2 - 2x^2 + 3$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = -3$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = x^2 - 8x^5$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 2x^2 - 8/x^2$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = x^7\dot{x}^2 - x^9$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha/(4x - 3)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \mathrm{e}^{-6x} - 3\mathrm{e}^{-3x} - 4$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = -4 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -2x - 3\sin x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 5 + 3y + 2\cos x, \\ \dot{y} = 2\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = E$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = (1 + x^2)\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 13

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 3\dot{x}^2 + (x+3)(2-x)(2x-9)(x-8)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 12$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 2x^2 - 2x^4$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 4x^{10}$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \mathrm{e}^{3x}(4\dot{x}^2 - 1)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha x^8$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 5\,\mathrm{th}^2(5x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 5 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -2x - 4\cos x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 + 4y + \cos x, \\ \dot{y} = -2\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 3\sqrt{E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x<0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2x^4\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 14

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2(x-1)^4\dot{x}^2 - (x-1)^2(x-18)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = -3$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 8x^2 - 2x^3$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 1/\cos^2 4x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 2\dot{x}^2/x - 2x - 8/x$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha(2x + x^3)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 4\sin(5x+1)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 4 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = 2x - 8\cos x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -2 + 3y - 3\cos x, \\ \dot{y} = 3\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 4$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = \dot{x}^2 \cos 2x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 15

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2 - \cos x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 4$, $\dot{x}(0) = -0.2$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 3\cos x + 2\sin x$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 4x + 6/x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \operatorname{sh}^2 x(4\dot{x}^2 - 9)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha\sqrt{4 - x^2}$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \mathrm{e}^{-2x} - 3\mathrm{e}^{-x} - 1$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = -1 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -x - 3\sin 2x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - y - 3\cos x, \\ \dot{y} = 3\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 9E^2$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 4\dot{x}^2\cos 3x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 16

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2 + \operatorname{ctg} x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = -2$, $\dot{x}(0) = -4$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 3x^2 + 6x^5$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 1/\operatorname{ch}^2 5x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2/x - 4x - 4/x$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha/(5x + 10)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 6 \operatorname{th}^2(3x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 6 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -2x + 5\sin x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -2 + 3y + \sin x, \\ \dot{y} = \cos x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 8E\sqrt{E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2x^4\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 17

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 3\dot{x}^2 - 4/\sin^2 x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = -5$, $\dot{x}(0) = -2$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 5x^2 - 5x^4$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 8x^2 + 8/x^2$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 4x^9\dot{x}^2 - x^9$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha x^9$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 3\cos(2x-4)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 3-\varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -x + 3\sin x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -2 + 3y + \cos x, \\ \dot{y} = \sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 9E$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = x^{12}\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 18

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = x\dot{x}^2 - (x-2)(x+2)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = -4$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = x^2 + 6x^3$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 6x^6$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 4\mathrm{e}^{-x}(\dot{x}^2 - 1)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha(2x - 5x^3)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \mathrm{e}^{-4x} - 2\mathrm{e}^{-2x} + 6$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 6 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = 2x + 6\sin^2 x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - y - 4\cos x, \\ \dot{y} = 4\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = \sqrt{2E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = (x^2 + 3)\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 19

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 4\dot{x}^2 + (x+1)(x-2)(2x-9)(32-x)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = -12$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = -7\sin(3x+5)$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 1/\sin^2 6x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2/x - 9x - 1/x$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha\sqrt{9-4x^2}$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 4\,\mathrm{th}^2(3x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 4-\varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = x + 3\cos^2 x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 4 + 3y + 2\cos x, \\ \dot{y} = 2\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 10$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x<0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2\dot{x}^2\cos 4x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 20

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2(x^2 + x^4 + 4)\dot{x}^2 - (x-3)(x-4)(x-6)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = -3$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 2x^2 - 10x^5$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 1/\operatorname{sh}^2 4x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 8x\dot{x}^2 - 2x - 2x^2$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha/(3x+1)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 5\sin(3x+1)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 5 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -x + 3\sin^2 x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 + 5y - \cos x, \\ \dot{y} = \sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = \sqrt{3E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 4\dot{x}^2 \cos^2 x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 21

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 7\dot{x}^2 - 2\sin x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = -3$, $\dot{x}(0) = 0.1$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 6x^2 - 2x^4$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = -x - 6/x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 4\,\mathrm{ch}^2(2x)(4\dot{x}^2 - 1)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha x^4$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \mathrm{e}^{-8x} - 3\mathrm{e}^{-4x} + 1$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 1 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -x + 4\cos^2 x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - y - 4\cos x, \\ \dot{y} = 4\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = E\sqrt{2E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 5\dot{x}^2\sin^2 x - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 22

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = \dot{x}^2 - 7\,\mathrm{tg}\,x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 7$, $\dot{x}(0) = -3$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 2x^2 - 8x^3$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 3x^2 - 3/x^2$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 9x^5\dot{x}^2 - x^3$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha(x - 3x^3)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \mathrm{th}^2(7x)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 1-\varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = 2x - 6\sin^2 x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - y - \cos x, \\ \dot{y} = -\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 3E^2$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 2x^6\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 23

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = \dot{x}^2 - 5/\cos^2 x$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 4$, $\dot{x}(0) = -1$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 3\cos(-4x - 3)$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 10x^{12}$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \mathrm{e}^{-3x}(4\dot{x}^2 - 1)$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha\sqrt{16 - 4x^2}$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \sin(x - 7)$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 1 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -2x + 8\sin^2 2x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -2 + 3y - \sin x, \\ \dot{y} = \cos x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 6$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = 4x^{10}\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 24

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = x\dot{x}^2 - 4x^2 + 1$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = -3$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 10x^2 - x^5$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = \operatorname{ctg}^2 8x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2/x - 8x - 16/x$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha/(7x - 1)$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = \mathrm{e}^{-2x} - 4\mathrm{e}^{-x} - 4$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = -4 - \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -x + 3\cos^2 x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 + y + \cos x, \\ \dot{y} = \sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 2\sqrt{2E}$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = (1 + |x|)\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.

Домашнее задание №7

Условие финитности одномерного движения. Зависимость периода движения от энергии.

Вариант 25

1. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = (x-1)^2\dot{x}^2 - 2(x+1)(x-2)(2x-9)(x-4)$. Найдите точки остановки системы, если в начальный момент времени $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = -12$. Опишите качественно движение системы.

2. Система находится в потенциальном поле $U(x) = 7x^2 - 21x^4$ (кинетическая энергия равна $m\dot{x}^2/2$). Изобразите схематически фазовый портрет. Найдите условия финитности и качественно опишите возможные типы движения.

3. Частичка массой $m = 2$ движется в поле $U(x) = 1/\operatorname{sh}^2 8x$. В каком случае ее движение финитно? Найдите период движения как функцию энергии частицы.

4. Функция Лагранжа системы $L = 4x\dot{x}^2 - x - x^2$. Найдите зависимость периода финитного движения от энергии системы.

5. Система, функция Лагранжа которой $L = \dot{x}^2 - x^2$, совершает колебания с энергией E. Затем к потенциальной энергии добавляется малая поправка $\delta U = \alpha x^3$. В результате период колебаний системы меняется. Найдите это изменение, считая его малым. Каким должно быть значение параметра α, чтобы найденное изменение действительно было малым?

6. Функция Лагранжа системы $L = \dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x) = 2\operatorname{th}^2 x$. Система совершает колебания, ее энергия равна $E = 2-\varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Изобразите качественно фазовый портрет. Получите асимптотическое выражение для зависимости периода колебаний от ε. К потенциальной энергии добавляют поправку $\alpha U(x)$, где $\alpha \ll 1$ – еще один малый параметр. Найдите изменение периода колебаний. Обязательно ли оно будет малым?

7. Частица массой $m = 2$ движется в потенциале $U(x) = -2x - 6\sin^2 x$. Изобразите качественно фазовый портрет. Найдите спектр значений энергии, при которых возможно финитное движение. Изобразите качественно график зависимости периода T от энергии E. Найдите минимальное значение периода, а также асимптотическое выражение для $T(E)$ вблизи границ линий спектра.

8. Эволюция системы описывается парой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -2 + 3y - 2\cos x, \\ \dot{y} = -2\sin x. \end{cases}$$

Изобразите качественно фазовый портрет $y(x)$. Укажите фазовые траектории, соответствующие финитному движению. Найдите период колебаний малой амплитуды.

9. Частица массой $m = 2$, находящаяся во внешнем поле, совершает финитное движение с периодом $T(E) = 5E$. Известно, что при $x < 0$ потенциальная энергия равна $U(x < 0) = -2x$. Найдите $U(x)$ при $x > 0$.

10. Функция Лагранжа системы имеет вид $L = |x|^3\dot{x}^2 - U(x)$, где $U(x)$ – четная функция. Найдите ее, зная зависимость периода колебаний системы от энергии $T(E)$.